

دفترچه پاسخ

مرحله ۴

۱۵ اردیبهشت ۱۴۰۰



آکادمی تیزهوشان

مربع تخصصی تیزهوشان و نمونه دولتی

آمادگی آزمون تیزهوشان ۱۴۰۰-۱۳۹۹

مدت پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

تعداد سوال: ۵۰

سوال ۱۵	سوال ۱ تا ۱۵	هوش و استعداد تحلیلی
سوال ۵	سوال ۱۶ تا ۲۰	فیزیک
سوال ۵	سوال ۲۱ تا ۲۵	شیمی
سوال ۱۰	سوال ۲۶ تا ۳۵	زمین‌شناسی و زیست‌شناسی
سوال ۱۵	سوال ۳۶ تا ۵۰	ریاضی

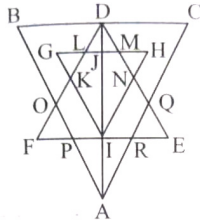
⚠️ آزمون نمره منفی دارد

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز آکادمی تیزهوشان مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار میشود



هوش

پاسخ ۱: گزینه ۳



انواع مثلث‌های موجود در تصویر:

ساده‌ترین مثلث‌ها: FPO و IPA, IRA, QRE, HMN, DJM, DLJ, GLK

مثلث‌های ۲ بخشی: DNI و HJI, NEI, KFI, PRA, DLM, CDQ, BDO, GJI, DKI

مثلث‌های ۴ بخشی: DQA, DOA, DFI, DIE (۵ عدد)

مثلث‌های ۶ بخشی: DBA و DCA (۲ عدد)

مثلث‌های ۸ بخشی: DEF (۱ عدد)

مثلث‌های ۱۲ بخشی: ABC (۱ عدد)

تعداد کل مثلث‌های تصویر:

$$۸ + ۱۰ + ۵ + ۲ + ۱ + ۱ = ۲۷$$

پاسخ ۲: گزینه ۲

امیر از ساعت ۱۲ تا ۱۸ و حسین از ساعت ۱۴ تا ۲۰ در اتوبوس هستند. این دو باید در یک ساعت، در یک مکان باشند تا

همدیگر را ببینند. اگر فاصله‌ی بین بابل و تهران را به ۶ قسمت تقسیم کنیم.



بنابراین این دو در ساعت ۱۶ همدیگر را در جاده می‌بینند.

پاسخ ۳: گزینه ۳

عدد هر خانه در الگوی صورت سوال، با تعداد خانه‌هایی که با آن در مرز مشترک دارد برابر است.

پاسخ ۴: گزینه ۱

پاسخ‌های افراد حاضر در کلاس با هم متفاوت است؛ اما در حقیقت یکی ازت، پس حتماً فقط و فقط یک نفر درست می‌گویند که آن یک نفر نمی‌تواند نفر پنجم باشد، زیرا اگر هیچ یک از افراد ورزش نکرده باشند، یعنی هر پنج نفر دروغ گفته و کسی ورزش نکرده است.

اگر نفر اول راست گفته باشد و چهار نفر ورزش کرده باشند، خودش هم راستگوست و ورزش کرده است، یعنی $۴ - ۱ = ۳$ نفر دیگر هم باید ورزش کرده و راست گفته باشند، اما این با حرف سه نفر دیگر در تناقض است، پس نفر اول دروغ گفته و ورزش نکرده است، به همین ترتیب ثابت می‌شود افراد دوم و سوم هم دروغ گفته‌اند و ورزش نکرده‌اند. بنابراین فرد چهارم راست گفته است و خودش تنها شخصی بوده است که ورزش کرده است.

پاسخ ۵: گزینه ۳

چون در مجموع در این مدرسه ۲۰ نفر به هدیه و ۲۰ نفر به فارسی علاقه‌مند بوده‌اند؛ می‌توان گفت عملکرد گروه دبیران فارسی و هدیه یکسان بوده است.

پاسخ ۶: گزینه ۳

$$2^1 + 1 = 3, 2^3 + 1 = 9, 2^5 + 1 = 33, 2^7 + 1 = 129$$

پاسخ ۷: گزینه ۱

الگوی صورت سوال مطابق الگوی زیر ساخته شده است:

$$\frac{1^2}{2^1}, \frac{2^2}{2^2}, \frac{3^2}{2^3}, \frac{4^2}{2^4}, \frac{5^2}{2^5}, \dots$$

پس عدد بعدی برابر با $\frac{9}{16} = \frac{6^2}{2^4}$ است.

پاسخ ۸: گزینه ۴

چرا وزن ظرف از ۶۵۰ گرم به ۴۴۰ گرم رسید؟

خالی شدن $\frac{1}{3}$ از ماست داخل ظرف، علت کم شدن وزن ظرف است.

وزن ماستی که کل ظرف را پر کند، ۶۰۰ گرم است. $\Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{100}{600} \Rightarrow (\frac{1}{6}, \text{ظرف ماست خالی شده است}) \Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

پس وزن ثلث ماست: $200 = 600 \div 3$ گرم

وزن ظرف خالی برابر با: $650 - 200 = 450$ گرم می‌باشد.

پاسخ ۹: گزینه ۳

در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ سطح‌های بسته‌ای که هم‌پوشانی دقیقاً دو شکل هستند رنگ شده‌اند و بقیه‌ی سطوح بسته بدون رنگ باقی مانده‌اند. اما در گزینه‌ی ۳ این الگو رعایت نشده است.

پاسخ ۱۰: گزینه ۴

ابتدا با توجه به رابطه $\sqrt{a^2} = |a|$ عبارت‌های زیر رادیکال را خارج می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{x^2y} - \sqrt{x^2y^3}}{x\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{y} - \sqrt{x^2y^2}\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{|x|\sqrt{y} + |xy|\sqrt{y}}{x\sqrt{y}}$$

حال با توجه به اینکه $x < 0 < y$ (x مقادیر منفی و y مقادیر مثبت دارد) آن‌ها را بدون نماد قدر مطلق می‌نویسیم:

$$\frac{x\sqrt{y} - (x(xy))\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{y} - \sqrt{x^2y^2}\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} = \frac{-x\sqrt{y}}{x\sqrt{y}} + \frac{xy\sqrt{y}}{x\sqrt{y}}$$

$$= -1 + y = y - 1$$

پاسخ ۱۱: گزینه ۴ 

در عبارت صورت سوال، اشاره‌ای به نیکوکاری، محبت و احسان نشده است.

پاسخ ۱۲: گزینه ۴ 

در روزهای قبل از عید نوروز، یعنی در روزهای آخر زمستان به علت خرید بیشتر مردم با کمبود کالا مواجه می‌شویم. پس هرچه از اسفند به سمت فروردین می‌رویم، کمبود کالا بیشتر می‌شود.

پاسخ ۱۳: گزینه ۳ 

«پسته» و «بادام» هر دو از انواع خشکبار و همگی خشکبارها خوراکی‌اند. بنابراین رابطه‌ی بین این کلمه‌ها به ترتیب یاد شده در گزینه‌ی ۳ به آنچه در صورت سوال نمودار شده است همانند است. در سایر گزینه‌ها دقت کنید «شلیل» و «هلو» و «انار» از انواع هم نیستند، «رنگ» نوعی «چشم» نیست و «سگ» از «سگ‌سان‌ها» است نه از «گره‌سان‌ها».

پاسخ ۱۴: گزینه ۴ 

وقتی که عمومی احمد ۲ برادر دارد یعنی تعداد دایی‌های پسرعمه‌ی احمد ۳ تا است. عمومی احمد ۲ خواهد دارد که یکی از آنها مادر پسرعمه‌ی احمد و دیگری خاله‌ی اوست. در نتیجه ۳ دایی و ۱ خاله دارد.

فیزیک

پاسخ ۱۶: گزینه ۳

فشار در مایعات (در محیط بسته) به‌طور یکسان در همه جا پخش می‌شود بنابراین فشار وارد بر پیستون کوچک برابر با فشار وارد بر پیستون بزرگ است. از آنجایی که می‌توان نوشت:

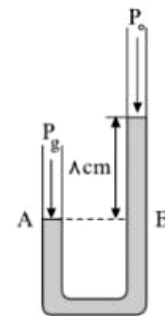
$$P_{\text{پیستون بزرگ}} = P_{\text{پیستون کوچک}} \rightarrow P_1 = P_2 \rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$\frac{20N}{4\pi} = \frac{F_2}{25\pi} \rightarrow F_2 = \frac{20N \times 25}{4} = 125N$$

پاسخ ۱۷: گزینه ۲

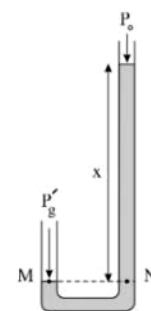
در حالت اولیه، دو نقطه‌ی هم‌تراز A و B را در نظر می‌گیریم که باید دارای فشار یکسان باشد. اگر فشار هوا را با P_0 و فشار گاز را با P_g نشان دهیم، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_g = P_0 + P_{\text{مایع}} \xrightarrow{P_g = 2P_0} 2P_0 = P_0 + P_{\text{مایع}} \Rightarrow P_{\text{مایع}} = 2P_0 - P_0 = P_0$$



پس ستون ۸ سانتی‌متری این مایع فشاری معادل فشار هوا (P_0) ایجاد می‌کند. در حالت بعد، فشار گاز ۴ برابر فشار هوا می‌شود ($P_g = 4P_0$) و در نتیجه ارتفاع ستون مایع در سمت راست لوله (مایع P') بیشتر می‌شود.

$$P_M = P_N \Rightarrow P'_g = P'_{\text{مایع}} + P_0$$



چون جنس مایع در هر دو حالت یکسان است، پس نسبت فشارها برابر با نسبت ارتفاع ستون‌های مایع خواهد بود.

$$\frac{P'_{\text{مایع}}}{P_{\text{مایع}}} = \frac{x}{8} \Rightarrow \frac{3P_0}{P_0} = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 8 \times 3 = 24\text{cm}$$

پاسخ ۱۸: گزینه ۲ 

برای محاسبه‌ی فشار ایجاد شده از طرف یک جسم جامد بر سطح زیر، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{F}{A}$$

بنابراین در شرایط یکسان، با افزایش نیروی اعمال شده بر سطح و کاهش مساحت سطح مقطع، فشار وارد بر سطح افزایش می‌یابد و بالعکس.

در شکل‌های A و D، هم‌زمان، هم جرم جسم و هم سطح مقطع نصف می‌شود. بنابراین فشار تغییری نمی‌کند. در شکل B، سطح مقطع ثابت باقی می‌ماند، اما جرم جسم نصف می‌شود. بنابراین فشار وارد بر سطح نصف می‌شود. در شکل C نیز سطح مقطع ثابت باقی می‌ماند، اما جرم جسم نصف می‌شود. بنابراین فشار وارد بر سطح نصف می‌شود. در شکل B مانند شکل B، سطح مقطع تغییری نمی‌کند اما جرم جسم به اندازه‌ی قطعه کوچک برداشته شده کم می‌شود نه به اندازه‌ی نصف جرم. بنابراین کاهش فشار به اندازه‌ی شکل B نیست.

 پاسخ ۱۹: گزینه ۳ 

گشتاور پادساعتگرد ناشی از وزن جعبه (۶۰N) حول محور دوران، باید توسط گشتاور ساعتگرد ناشی از نیروی عمودی در سمت دیگر خنثی شود.
بررسی گزینه‌ها:

$$\text{گزینه ۱: } ۶۰ \times ۰ / ۴ = ۲۰ \times ۱ / ۲ = ۲۴ \text{ N.m}$$

$$\text{گزینه ۲: } ۶۰ \times ۰ / ۴ = ۳۰ \times ۰ / ۸ = ۲۴ \text{ N.m}$$

$$\text{گزینه ۳: } ۶۰ \times ۰ / ۴ \neq ۵۰ \times ۰ / ۵ \Rightarrow \text{تعادل حفظ نمی‌شود.}$$

$$\text{گزینه ۴: } ۶۰ / ۰ / ۴ = ۱۲۰ \times ۰ / ۲ = ۲۴ \text{ N.m}$$

 پاسخ ۲۰: گزینه ۴ 

طبق قانون دستگاه قرقره‌های مرکب ارشمیدس، اگر برای اتصال قرقره‌ها به یکدیگر از چند رشته نخ استفاده شود و تعداد قرقره‌های متحرک دستگاه برابر n باشد، مزیت مکانیکی کامل دستگاه برابر ۲^n است و در اینجا دستگاه قرقره مرکب، چهار قرقره دارد که هر ۴ تا متحرک هستند. بنابراین:

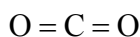
$$A = ۲^n = ۲^4 = ۱۶, A = \frac{R}{E}$$

$$\rightarrow ۱۶ = \frac{۲۴۰۰ \text{ N}}{E} = E = ۱۵۰ \text{ N}$$

شیمی

پاسخ ۲۱: گزینه ۴

با توجه به ساختار مولکول کربن دی‌اکسید خواهید دید که ۴ پیوند کووالانسی در آن وجود دارد.



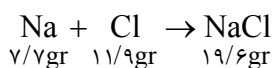
بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: مولکول کلر Cl_2 می‌باشد که از اشتراک الکترون بین Cl و Cl تشکیل شده است.

گزینه ۲: منیزیم اکسید (MgO) و سدیم کلرید ($NaCl$) هر دو ترکیب یونی هستند.

گزینه ۳: Li و Be با از دست دادن الکترون به آرایش He می‌رسند که در لایه‌ی آخر خود الکترون دارد.

پاسخ ۲۲: گزینه ۳



با توجه به جرم واکنش‌دهنده‌ها نسبت به جرم‌ها به این صورت است.

$$\frac{Cl}{Na} = \frac{11/9}{7/7}$$

حال اگر ۱۵۴ گرم سدیم داشته باشیم باید از این رابطه میزان کلر مورد نیاز محاسبه کنیم.

$$\frac{Cl}{Na} = \frac{11/9}{7/7} \Rightarrow Cl = 238gr$$

$$250 - 238 = 12gr$$

ما به ۲۳۸ گرم کلر نیاز داریم، ۱۲ گرم کلر باقی می‌ماند.

پاسخ ۲۳: گزینه ۴

$$2 \times (B^{2-} \text{ ذره اتمی ذره}) + 2 = (A \text{ خنثی} + \text{تعداد پروتون‌های اتم خنثی } A)$$

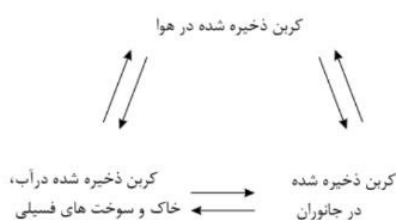
$$\Rightarrow 2 \times (B^{2-} \text{ ذره اتمی ذره}) = 18 - 2 = 16 \Rightarrow (B^{2-} \text{ ذره اتمی ذره}) = \frac{16}{2} = 8$$

$$B^{2-} \text{ ذره اتمی ذره} = 8 + 2 = 10$$

$$B^{2-} \text{ ذره اتمی ذره} = 8$$

پاسخ ۲۴: گزینه ۱

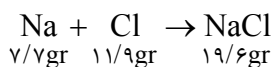
طبق الگوی ساده‌ی چرخه‌ی کربن بهترین گزینه، مورد اول می‌باشد.



پاسخ ۲۵: گزینه ۲

در میان هیدروکربن‌های ستون A، در شرایط یکسان نقطه‌ی جوش بوتان (C_4H_{10}) از بقیه کمتر است، زیرا کمترین تعداد کربن را در بین هیدروکربن‌های ستون A دارد. همچنین در بین هیدروکربن‌های ستون B، $C_{17}H_{36}$ بیشترین تعداد اتم‌های کربن (و هیدروژن) و در نتیجه در شرایط یکسان بیشترین نیروی رابیش بین مولکولی را دارد، بنابراین نسبت به بقیه سخت‌تر جاری می‌شود.

پاسخ ۲۴: گزینه ۳



با توجه به جرم واکنش‌دهنده‌ها نسبت جرم‌ها به این صورت است.

$$\frac{Cl}{Na} = \frac{۱۱/۹}{۷/۷}$$

حال اگر ۱۵۴ گرم سدیم داشته باشیم باید از این رابطه میزان کلر مورد نیاز را محاسبه کنیم.

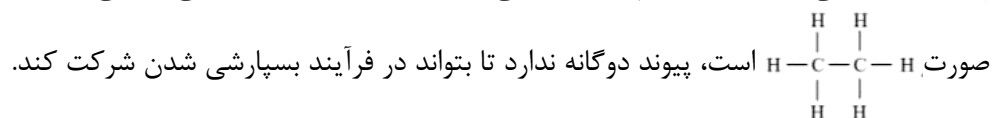
$$\frac{Cl}{Na} = \frac{۱۱/۹}{۷/۷} \Rightarrow Cl = ۲۳۸gr$$

$$۲۵۰ - ۲۳۸ = ۱۲gr$$

ما به ۲۳۸ گرم کلر نیاز داریم ولی چون ۲۵۰ گرم کلر داریم، ۱۲ گرم کلر باقی می‌ماند.

پاسخ ۲۵: گزینه ۴

به طور کلی برای انجام فرآیند بسپارشی شدن، پیوند دوگانه بین اتم‌های کربن شکسته می‌شود و مولکول‌های کوچک با پیوند اشتراکی جدید به هم متصل می‌شوند و زنجیر بلند کربنی را می‌سازند. C_2H_6 که ساختار آن به



زمین‌شناسی و زیست‌شناسی

پاسخ ۲۶: گزینه ۲

داشتن پولک ضخیم و سخت و سازگاری با خشکی از ویژگی‌های وزغ است و نه قورباغه. قورباغه‌ها پوست نرم، مرطوب و صاف دارند و به علت داشتن شش‌های کوچک برای تنفس بهتر باید پوست خود را همواره مرطوب نگه دارند تا مقداری اکسیژن هم از طریق تنفس پوستی جذب کنند.

پاسخ ۲۷: گزینه ۴

سلول‌های جانوران دیواره‌ی سلولی ندارند. یک مثال نقض برای گزینه‌های نادرست: گزینه‌ی ۱: زالو اسکلت خارجی ندارد. گزینه‌ی ۲: خرخاکی در خشکی زندگی می‌کند. گزینه‌ی ۳: خرخاکی می‌تواند حرکت کند.

پاسخ ۲۸: گزینه ۳

بندپایان بزرگ‌ترین گروه جانوران (بی‌مهره) را روی کروی زمین تشکیل می‌دهند. بررسی گزینه‌ها: گزینه‌ی ۱: گروهی از آن‌ها (مثل بیشتر سخت‌پوستان) درون آب زندگی می‌کنند. گزینه‌ی ۲: گروهی از هزارپایان، گوشت‌خوار هستند. گزینه‌ی ۳: کم‌ترین تعداد پاهای حرکتی در میان بندپایان مربوط به حشرات با ۶ عدد (سه جفت) است. گزینه‌ی ۴: بسیاری از بندپایان پوست‌اندازی می‌کنند، نه همه‌ی آنها.

پاسخ ۲۹: گزینه ۲

جملات دوم و پنجم غلط است که در ذیل تصحیح شده‌ی آن می‌آید: جمله‌ی دوم: کرم‌های پهن مانند کیسه‌تنان تنها یک راه برای ورود مواد دارند و خروج مواد از طریق پوست صورت می‌گیرد. جمله‌ی پنجم: در سکه‌ی شنی دستگاه گردش آب وجود دارد که نقش دستگاه گردش خون - تنفس و دفع را انجام می‌دهد.

پاسخ ۳۰: گزینه ۲

قطعاً تفاوت بین یک پستاندار و یک کرم خاکی از نظر نوع تغذیه قیاس صحیحی نیست و دستگاه گوارش خرس با کرم خاکی کاملاً متفاوت و از نظر تکامل غیر قابل قیاس است. ضمن آنکه خرس‌های مختلف (قطبی، قهوه‌ای، پاندا و ...) تغذیه متفاوتی با هم دارند.

پاسخ ۳۱: گزینه ۳

همان‌طور که مشاهده می‌کنید با افزایش گونه B، گونه A کاهش یافته پس می‌توان فهمید که گونه‌ی B در این رقابت برای کسب غذا موفق‌تر از جمعیت A می‌باشد.

پاسخ ۳۲: گزینه ۱

شرایط فسیل شدن برای تعداد کمی از جاندارانی که در گذشته می‌زیسته‌اند، مهیا بوده است. برای تشکیل فسیل از یک جاندار، باید شرایط خاصی فراهم باشد. مثلاً: وجود بخش‌های سخت در پیکر جاندار، عدم وجود عوامل موثر در فساد پیکر جاندار، مثل اکسیژن هوا، آب (رطوبت)، باکتری‌ها، موجودات زنده‌ی دیگر، گرما و قرار گرفتن در محیط‌های مناسب مثل محیط‌های دریایی و یا غیردریایی مثل صمغ گیاهان، یخچال‌های طبیعی، مرداب‌ها و ... تعداد و تنوع فسیل‌ها در محیط‌های دریایی بیشتر از بیابان‌ها است.

پاسخ ۳۳: گزینه ۳

با توجه به میزان پتاسیم - ۴۰ تجزیه شده نسبت به حال اولیه در این فسیل، برای محاسبه‌ی مقدار پتاسیم - ۴۰ باقی‌مانده نسبت به حالت اولیه در این فسیل داریم:

$$1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$$

بنابراین با توجه به تعریف نیمه‌ی عمر، معادل سه نیمه‌ی عمر از این سن گذشته است.

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$$

با توجه به اینکه نیمه‌ی عمر عنصر پتاسیم - ۴۰ معادل $\frac{1}{3}$ میلیارد سال است، برای سن این فسیل داریم:

سن = تعداد نیمه‌ی عمر \times نیمه‌ی عمر

$$1/3 \times 3 = 3/9 \text{ میلیارد سال}$$

بنابراین، سن لایه‌ی رسوبی حاوی این فسیل حدوداً $\frac{3}{9}$ میلیارد سال است.

پاسخ ۳۴: گزینه ۴

واحد نجومی برابر با $150/000/000$ کیلومتر است. این جسم (ستاره) در عرض 9900 ثانیه نورش به زمین می‌رسد، پس در فاصله‌ی $2/970/000$ کیلومتری از زمین است و اگر این مسافت را به واحد نجومی تقسیم کنیم، فاصله‌ی حدود 20 واحد نجومی خواهیم داشت.

$$\frac{2/970/000}{150/000/000} = 19/8$$

پاسخ ۳۵: گزینه ۴

در منظومه‌ی شمسی افزون بر سیاره‌ها و قمرهای آن‌ها، میلیاردها جرم فضایی دیگر به سیارک در حال چرخش به دور خورشید هستند. بیش از ۹۰ درصد این سنگ‌های فضایی در ناحیه‌ای به نام کمربند اصلی سیارک‌ها، که بین مدار مریخ (سیاره‌ی درونی) و مشتری (سیاره‌ی بیرونی) واقع شده است، تمرکز یافته‌اند. در منظومه‌ی شمسی قریب به دویست قمر طبیعی وجود دارد. دورترین جرم شناخته شده در منظومه‌ی شمسی، یک خرده سیاره است.

زمین‌شناسی و زیست‌شناسی

پاسخ ۳۶: گزینه ۱ 

حاصل عبارت سمت چپ را حساب می‌کنیم و با عبارت سمت راست مساوی قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} \frac{8x-6}{x^2-3x} + \frac{6}{3-x} &= \frac{c}{x} \rightarrow \frac{8x-6}{-x(3-x)} + \frac{6}{(3-x)} \\ &= \frac{8x-6-6x}{-x(3-x)} = \frac{2x-6}{-x(3-x)} = \frac{-2(3-x)}{-x(3-x)} \\ &= \frac{-2}{-x} = \frac{2}{x} \rightarrow \frac{2}{x} = \frac{c}{x} \rightarrow c=2 \end{aligned}$$

پاسخ ۳۷: گزینه ۱ 

$$\begin{aligned} \frac{x-8}{x^2-1x-6} + \frac{x-2}{x-3} \\ &= \frac{x-8}{(x-3)(x+2)} + \frac{x-2}{x-3} = \frac{(x-8) + (x+2)(x-2)}{(x-3)(x+2)} = \frac{x-8+x^2-4}{(x-3)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+x-12}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+4)(x-3)}{(x-3)(x+2)} = \frac{(x+4)}{(x+2)} \end{aligned}$$

پاسخ ۳۸: گزینه ۳ 

نکته: مساحت جانبی یک هرم برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (\text{محیط قاعده}) \times (\text{ارتفاع وجه})$$

مربعی به ضلع ۶ سانتی‌متر است. بنابراین محیط آن محیط قاعده برابر است با:

$$4 \times 6 = 24 \text{ cm}$$

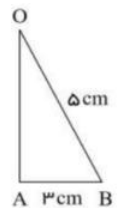
با توجه به این که مساحت جانبی برابر 60 cm^2 است، می‌توان ارتفاع هر وجه را از تساوی زیر به دست آورد:

$$60 = \frac{1}{2} (24) (\text{ارتفاع وجه}) \rightarrow \text{ارتفاع وجه} = \frac{60}{12} = 5 \text{ cm}$$

طبق شکل OB ارتفاع وجه برابر ۵ cm، AB نصف ضلع مربع برابر ۳ cm است. بنابراین می‌توان با رابطه‌ی فیثاغورس (OA) ارتفاع هرم را یافت:

$$V = \frac{1}{3} (\text{ارتفاع}) \times (\text{قاعده})$$

$$= \frac{1}{3} (6 \times 6) \times 4 = 48 \text{ cm}^3$$



پاسخ ۳۹: گزینه ۳

فرض کنیم ضلع مربع a باشد:

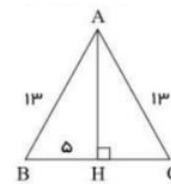
$$\text{حجم مکعب} = a^3 = 432$$

$$\text{حجم هرم} = \frac{1}{3}sh = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}a^2\right) \times a = \frac{1}{6}a^3 = \frac{1}{6} \times 432 = 72$$

پاسخ ۴۰: گزینه ۳

ابتدا ارتفاع هر وجه را بدست آوریم. چون مثلث ABC متساوی الساقین است، بنابراین ارتفاع AH میانه است، پس

$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 \Rightarrow AH = \sqrt{144} = 12$$



$$BH = 5$$

مساحت هر مثلث جانبی هرم برابر است با: $60 = \frac{10 \times 12}{2}$ ۶۰ سانتی متر مربع

$$S = 6 \times 60 = 360 \text{ cm}^2$$

چون ۶ مثلث جانبی دارد ۶۰ را باید ۶ برابر کنیم.

پاسخ ۴۱: گزینه ۳

فرض کنیم شعاع قاعده‌ی این مخروط برابر x باشد، در نتیجه ارتفاع این مخروط برابر می‌شود با: $h = 3x$ حال از رابطه‌ی حجم مخروط داریم:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi x^2 \cdot 3x = \pi x^3$$

$$\pi x^3 = 128\pi \Rightarrow x^3 = 128 \Rightarrow x = \sqrt[3]{128}$$

حال با توجه به اینکه $h = 3x$ است، داریم:

$$h = 3x = 3 \times \sqrt[3]{128} = 12\sqrt[3]{2}$$

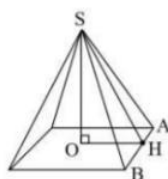
پاسخ ۴۲: گزینه ۴

ابتدا با توجه به رابطه‌ی فیثاغورس برای مثلث قائم‌الزاویه SAH داریم:

$$(AH)^2 + (SH)^2 = (AS)^2$$

$$(AH)^2 + 25 = 34 \Rightarrow (AH)^2 = 9$$

$$\Rightarrow AH = 3$$



چون هرم مربعی و منتظم است، در نتیجه $AH = OH$ حال با توجه به رابطه‌ی فیثاغورس برای مثلث SOH داریم:

$$\overline{SO^2} + \overline{OH^2} = \overline{SH^2}$$

$$SO^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow SO^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow SO = 4$$

همچنین ضلع مربع AB دو برابر AH است، پس:

$$AB = 2 \times AH = 2 \times 3 = 6$$

حال حجم هرم را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 4 = 48$$

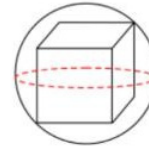
پاسخ ۴۳: گزینه ۴ 

اگر ضلع مکعب برابر a باشد، آنگاه قطر مکعب $\sqrt{3}a$ است که برابر قطر کره است.

$$\Rightarrow \sqrt{3}a = 2R \xrightarrow{a=\sqrt{12}} \sqrt{3} \times \sqrt{12} = 2R$$

$$\Rightarrow \sqrt{36} = 2R \rightarrow 2R = 6 \rightarrow R = 3$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times 27 = 36\pi$$



پاسخ ۴۴: گزینه ۳ 

ارتفاع و شعاع قاعده‌ی استوانه به ترتیب برابر $2R$ و R است.

$$V = \pi(R)^2 \times H = 3 \times R^2 \times 2R = 6R^3 = 12\sqrt{2} \rightarrow R^3 = 2\sqrt{2}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

پاسخ ۴۵: گزینه ۳ 

$$\text{حجم کره} = 36 \rightarrow \frac{4}{3} \pi r^3 = 36\pi \rightarrow \frac{4}{3} r^3 = 36$$

$$\rightarrow r^3 = \frac{36}{\frac{4}{3}} = \frac{36 \times 3}{4 \times 1} = 27 \rightarrow r^3 = 27 \rightarrow r = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3 \rightarrow r = 3 \text{ شعاع}$$

$$\text{مساحت} = 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 3^2 = 4 \times \pi \times 9 = 36\pi$$

نکته: اگر شعاع کره ۳ باشد، حجم و مساحت کره مساوی می‌شوند.

پاسخ ۴۶: گزینه ۴ 

$$\begin{array}{r|l} \Delta x^3 + 11x^2 + x + a & x+1 \\ -\Delta x^3 - \Delta x^2 & \Delta x^2 + 6x - 5 \\ \hline 6x^2 + x + a & \\ -6x + x + a & \\ \hline -5x + a & \\ +5x + 5 & \\ \hline a + 5 & \end{array}$$

$\rightarrow a + 5 = 4 \rightarrow a = 4 - 5 = -1 \rightarrow a = -1$

پاسخ ۴۷: گزینه ۳ 

$$\begin{aligned} \frac{2}{a-1} - \frac{4}{a^2-1} &= \frac{2(a+1)-4}{a^2-1} \\ \frac{3}{a+1} - \frac{a+1}{a^2-1} &= \frac{3(a-1)-(a+1)}{a^2-1} \\ &= \frac{2a+2-4}{3a-3-a-1} = \frac{2a-2}{+2a-4} = \frac{2(a-1)}{2(a-2)} = \frac{a-1}{a-2} \end{aligned}$$

پاسخ ۴۸: گزینه ۱ 

$$\begin{aligned} \frac{A}{2x-1} + \frac{B}{x+1} &= \frac{7x+1}{2x^2+x-1} = \frac{A(x+1)+B(2x-1)}{(2x-1)(x+1)} \\ &= \frac{Ax+A+2Bx-B}{2x^2+2x-x-1} = \frac{x(A+2B)+(A-B)}{2x^2+x-1} = \frac{7x+1}{2x^2+x-1} \end{aligned}$$

مخرجها برابر است $\rightarrow \begin{cases} x(A+2B) = 7x \\ (A-B) = +1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A+2B = 7 \\ -A+B = -1 \end{cases}$

$3B = 6 \rightarrow B = \frac{6}{3} = 2 \rightarrow B = 2$

$A + 2B = 7 \Rightarrow A + 2(2) = 7 \rightarrow A + 4 = 7 \rightarrow A = 7 - 4 \rightarrow A = 3$

$A - B = 3 - 2 = 1$

پاسخ ۴۹: گزینه ۱ 

$$\begin{aligned}
 -3 + \frac{3\sqrt{x} - 2\sqrt{y}}{2\sqrt{y} - 3\sqrt{x}} \times \frac{2\sqrt{y} + 3\sqrt{x}}{2\sqrt{y} + 3\sqrt{x}} &= -3 + \frac{6\sqrt{xy} + 9x - 4y - 6\sqrt{xy}}{4y + 6\sqrt{xy} - 6\sqrt{xy} - 9x} \\
 &= -3 + \frac{9x - 4y}{4y - 9x} = -3 + (-1) = -4
 \end{aligned}$$

↓

نکته: صورت و مخرج قرینه‌اند پس ساده شده و به ۱- می‌رسد.

در ابتدا مخرج کسر دوم را گویا کردیم، برای این کار صورت و مخرج آن را در مزدوج مخرج ضرب کردیم.

 پاسخ ۵۰: گزینه ۲ 

$$\text{مساحت دوزنقه} = \frac{[(x+1) + (2x+8)] \times (4-x^2)}{2} = \frac{(3x+15)(4-x^2)}{2}$$

مساحت مستطیل $\times 4/5 =$ مساحت دوزنقه

$$\rightarrow \frac{(3x+15)(4-x^2)}{2} = 4/5(x+5)(2-x) \xrightarrow{\times 2} 3(x+5)(2-x)(2+x) = 9(x+5)(2-x)$$

دو طرف

$$\rightarrow 3(2+x) = 9 \rightarrow 2+x = 3 \rightarrow x = 1$$